

Roll No.

Total No. of Questions : 9]
(2041)

[Total No. of Printed Pages : 8

UG (CBCS) IIIrd Year (Annual) Examination

2623

B.A./B.Sc. MATHEMATICS

(Numerical Methods)

(DSE-3B.1)

Paper : MATH304TH

Time : 3 Hours]

[Maximum Marks : 70

Note :- Section-A is compulsory. Attempt *four* questions from Section-B, selecting *one* each from Units I, II, III and IV. Use of non-scientific/non-programmable calculator is allowed.

खण्ड-अ अनिवार्य है। खण्ड ब से चार प्रश्न कीजिए। प्रत्येक इकाई I, II, III व IV से एक-एक प्रश्न कीजिए। नॉन-साइंटिफिक तथा नॉन-प्रोग्रामेबल कैलकुलेटर की अनुमति है।

Section-A (खण्ड-अ)

Compulsory Question (अनिवार्य प्रश्न)

1. (i) Give any *two* advantages of Bisection Method.

द्विभाजन विधि के कोई दो लाभ लिखिए।

CH-440

(1)

Turn Over

- (ii) Define Transcendental Equation.
ट्रान्सेन्डेन्टल समीकरण को परिभाषित कीजिए।
- (iii) What is LU decomposition method ?
LU अपघटन विधि क्या है ?
- (iv) How many Finite differences are there ? Name them.
कितने परिमित अन्तर होते हैं ? उनके नाम दीजिए।
- (v) Write Newton's forward difference interpolation formula.
न्यूटन का फॉरवर्ड डिफ्रेंस इन्टरपोलेशन फॉर्मूला लिखिए।
- (vi) Which rule gives the exact value of the integral if $f(x)$ is a quadratic equation ?
यदि $f(x)$ द्विघात समीकरण है तो कौनसा नियम समाकलन का सटीक मूल्य देता है ?
- (vii) Define Numerical Integration.
संख्यात्मक समाकलन को परिभाषित कीजिए।
- (viii) Define Bolzano method.
बोलजानो विधि को परिभाषित कीजिए।

2×8=16

Section-B (खण्ड-ब)

Unit-I (इकाई-I)

2. (a) Find a root of the equation $x^3 - 5x + 3 = 0$ between 1.75 and 2 correct to three decimal places using the Bisection method.
1.75 और 2 के बीच समीकरण $x^3 - 5x + 3 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए तथा द्विभाजन विधि का प्रयोग करते हुए दशमलव के तीन स्थानों तक सही कीजिए।

- (b) Find a real root of equation $x^3 - 3x - 5 = 0$ by Newton-Raphson method.

न्यूटन-राफ्सन विधि से समीकरण $x^3 - 3x - 5 = 0$ का वास्तविक मूल ज्ञात कीजिए।

6½,7

3. (a) Find a root of equation $x^4 - x - 10 = 0$ using Secant method.

सीकेन्ट विधि से समीकरण $x^4 - x - 10 = 0$ का मूल ज्ञात कीजिए।

- (b) Using LU decomposition, solve the equations :

$$2x + y + 2z = 2$$

$$x + y + 3z = 4$$

$$x + y + z = 0$$

LU अपघटन विधि का प्रयोग करते हुए निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$2x + y + 2z = 2$$

$$x + y + 3z = 4$$

$$x + y + z = 0$$

6½,7

Unit-II (इकाई-II)

4. (a) Solve the following system of equations correct to four significant digits, by Jacobi's method :

$$20x + y - 2z = 17$$

$$3x + 20y - z = -18$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$

जैकोबी विधि से चार सार्थक अंकों तक सही करते हुए निम्न समीकरण हल कीजिए :

$$20x + y - 2z = 17$$

$$3x + 20y - z = -18$$

$$2x - 3y + 20z = 25$$

(b) Use four iterations to solve the following system of equations starting with initial solution as

$\left(\frac{9}{5}, \frac{4}{5}, \frac{-6}{5}\right)$ by Gauss-Seidel method :

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

गाउस-सीडल विधि द्वारा प्रारम्भिक हल $\left(\frac{9}{5}, \frac{4}{5}, \frac{-6}{5}\right)$ से आरम्भ करते हुए निम्नलिखित समीकरण निकाय को हल करने के लिए चार पुनरावृत्तियों का प्रयोग कीजिए :

$$\begin{bmatrix} 5 & -1 & 0 \\ -1 & 5 & -1 \\ 0 & -1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 \\ 4 \\ -6 \end{bmatrix}$$

6½,7

5. (a) From the following table, interpolate the value of $y(x)$ using Lagrangian polynomial at 2.8 :

x	2.0	3.0	4.0
y	6.6	9.2	8.6

निम्न सारणी से 2.8 पर लैंग्रांजे बहुपद का प्रयोग करते हुए $y(x)$ मान ज्ञात कीजिए :

x	2.0	3.0	4.0
y	6.6	9.2	8.6

- (b) Using Newton's divided difference formula to find $f(x)$ and also evaluate $f(15)$ from the following data :

x	4	5	7	10	11	13
$f(x)$	48	100	294	900	1210	2028

$f(x)$ ज्ञात करने के लिए न्यूटन का विभाजित अन्तर सूत्र का प्रयोग कीजिए तथा निम्न आँकड़ों से $f(15)$ का मूल्यांकन भी कीजिए :

x	4	5	7	10	11	13
$f(x)$	48	100	294	900	1210	2028

6½,7

Unit-III (इकाई-III)

6. (a) Construct backward difference table for the following data :

x	0	1	2	3
$f(x)$	-3	6	8	12

Evaluate $\nabla^3 f(3)$ and $\nabla^2 f(2)$.

निम्न आँकड़ों के लिए पश्चान्तर सारणी की रचना कीजिए :

x	0	1	2	3
$f(x)$	-3	6	8	12

$\nabla^3 f(3)$ तथा $\nabla^2 f(2)$ का मूल्यांकन कीजिए।

- (b) The population of a town in the decimal census was as given below. Estimate the population for year 1895 :

Year (x)	Population (y) (in Thousands)
1891	46
1901	66
1911	81
1921	93
1931	101

एक शहर की जनसंख्या दशमलव जनगणना में नीचे दी गई थी। वर्ष 1895 के लिए जनसंख्या का आकलन कीजिए :

वर्ष (x)	जनसंख्या (y) (हजार में)
1891	46
1901	66
1911	81
1921	93
1931	101

6^{1/2}, 7

7. (a) Find the cubic polynomial which takes the following values :

$$y(0) = 1, y(1) = 0, y(2) = 1$$

and $y(3) = 10$

Hence or otherwise obtain $y(4)$.

घन बहुपद ज्ञात कीजिए जो निम्नलिखित मान लेता है :

$$y(0) = 1, y(1) = 0, y(2) = 1$$

और $y(3) = 10$

अतः या अन्यथा $y(4)$ प्राप्त कीजिए।

(b) Use Stirling's formula to evaluate $f(1.22)$, given :

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.841	0.891	0.932	0.963	0.985

$f(1.22)$ का मूल्यांकन करने के लिए स्टर्लिंग सूत्र का प्रयोग कीजिए :

x	1.0	1.1	1.2	1.3	1.4
$f(x)$	0.841	0.891	0.932	0.963	0.985

6½,7

Unit-IV (इकाई-IV)

8. (a) Evaluate :

$$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$$

by using Trapezoidal rule with $h = 0.25$. Also find and compare the amount of error in this case.

Turn Over

$h = 0.25$ से ट्रेपिजोइडल नियम के प्रयोग द्वारा

$\int_0^2 \frac{dx}{1+x^2}$ का मूल्यांकन कीजिए। इस स्थिति में त्रुटि की मात्रा ज्ञात कीजिए तथा तुलना कीजिए।

(b) Estimate the integral $\int_1^3 \frac{dx}{x}$ using $n = 8$ in Simpson's $\frac{1}{3}$ rule.

सिम्पसन के $\frac{1}{3}$ नियम में $n = 8$ का प्रयोग करते हुए

समाकलन $\int_1^3 \frac{dx}{x}$ का आकलन कीजिए। 6½,7

9. (a) Given $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$, $y(0) = 1$, compute $y(0.02)$, $y(0.04)$ and $y(0.06)$ by Euler's method.

दिया है : $\frac{dy}{dx} = x^2 + y$, $y(0) = 1$, यूलर विधि से $y(0.02)$, $y(0.04)$ तथा $y(0.06)$ की गणना कीजिए।

(b) Calculate :

$$\int_0^4 \sqrt{64 - x^3} dx$$

by Trapezoidal rule using 9 ordinates.

9 तालमेलों का प्रयोग करते हुए ट्रेपिजोइडल नियम द्वारा

$\int_0^4 \sqrt{64 - x^3} dx$ की गणना कीजिए। 6½,7